

FUNKCIJE VIŠE PROMENLJIVIH  
Zadaci za vežbu

1. Ispitati diferencijabilnost funkcija

$$(a) f(x, y) = \begin{cases} \frac{xy}{\sqrt{x^2+y^2}} \sin \frac{xy}{x^2+y^2}, & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0, & (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

$$(b) f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^2-xy}{x^2+y^2}, & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0, & (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

**Rešenje.** Obe funkcije nisu diferencijabilne samo u tački  $(0, 0)$ .

2. Naći uslovne ekstremume funkcije  $u(x, y, z)$

(a)  $u(x, y, z) = xy + yz$ , a uslovi su  $x^2 + y^2 = 2$ ,  $y + z = 2$ .

**Rešenje.** U tački  $M(1, 1, 1)$  funkcija ima maksimum.

(b)  $u(x, y, z) = xy^2z^3$ , uslov  $x + 2y + 3z = a$  ( $x, y, z, a > 0$ ).

**Rešenje.** U tački  $M(\frac{a}{6}, \frac{a}{6}, \frac{a}{6})$  funkcija ima maksimum;

3. Odrediti bezuslovne (obične) ekstremne funkcija

(a)  $u(x, y, z) = \frac{x}{y+z} + \frac{y}{x+z} + \frac{z}{x+y}$  ( $x, y, z > 0$ )

**Rešenje.**  $x = y = z$ ,  $u_{min} = \frac{3}{2}$ .

(b)  $v(x, y, z) = \frac{x^3+y^3+z^3}{xyz}$  ( $x, y, z > 0$ ).

4. Neka je  $(a, b, c)$  fiksirana tačka. Koja od ravni kroz ovu tačku ima osobinu da je zapremina tetraedra kog ravan obrazuje sa koordinatnim ravnima najmanja? ( $a, b, c > 0$ )

**Rešenje.**  $\frac{1}{a}x + \frac{1}{b}y + \frac{1}{c}z = 3$ .

5. U oblast eliptičkog paraboloida  $z = \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2}$  koja je ograničena sa ravni  $z = h$ ,  $h \in const$ , upisati paralelopiped najmanje zapremine.

2

**Rešenje.** Jedno teme paralelopipeda je  $(\frac{a\sqrt{h}}{2}, \frac{b\sqrt{h}}{2}, \frac{h}{2})$ , a  $2v = abh^3$ .